

Az MSzDI tárgyainak leírásai – 2025.

Az MSzDI képzési terve a képzési-kutatási szakaszban 8 két kredites tárgy felvételét írja elő a PhD hallgatók számára. Az alábbi tárgylista folyamatosan bővül, változik a DI oktatóinak és hallgatóinak kutatási témáit követve. A tárgyválasztást a témavezető segíti, és egyeztetni le a doktori iskola valamelyik, a témával foglalkozó oktatójával. Minden tárgy két kreditet ér, amit sikeres szóbeli / írásbeli vizsgával szerezhet meg a hallgató. A kollokviumon a tárgy leírásában szereplő témákban való jártasságot méri az oktató. A meghirdetett kurzussal kapcsolatos egyéb tudnivalókat az oktató és a kurzust felvevő hallgató (esetleg hallgatók) személyesen megbeszélés után rögzítik.

T_PM1103 Speciális Finsler-sokaságok 1

A Finsler-sokaságokkal kapcsolatos általános elméleti bevezetést követően a fő cél speciális esetek vizsgálata. A konkrét példák közül a legfontosabbak a Zermelo-féle navigációs problémával kapcsolatos Randers-sokaságok és a híres Hilbert-féle negyedik probléma speciális megoldásainak tekinthető Funk-metrikák. Módszertanilag a Finsler-geometria klasszikus eszköztárán túl, konvex geometriai és a Finsler-geometriában újdonságnak számító átlagolási eljárások kerülnek előtérbe. Ezek elsődleges célja Riemann-metrika csatolása a Finsler-sokasághoz, napjainkban azonban már csatolt Randers-sokaságok is szerepet játszanak az elméletben.

T_PM1115 Lie-csoportok

Sokaságok és Lie-csoportok fogalma. Lineáris reprezentáció. Lie-csoportok és Lie-algebrájuk. Az exponenciális leképezés. Zárt részsokaságok. Lie-csoportok összefüggősége és egyszeresen összefüggősége. Lie csoportok struktúra elmélete, gyök felbontások és reprezentáció elmélete. Lie-csoportok hatásai sima sokaságokon. Egyszerű, feloldható, és nilpotens Lie-csoportok osztályozása.

Ajánlott szakirodalom:

Csikós Balázs: Lie-csoportok és Lie-algebrák, Egyetemi jegyzet, 2008.

J. Hilgert, K.H. Neeb: Structure and Geometry of Lie Groups, Springer, 2012.

V. V. Gorbatsevich, A. L. Onischchik, E. B. Vinberg: Foundations of Lie Theory and Lie Transformation Groups, Springer, 1997.

L. Eugene: Notes on Lie Groups, Lecture Notes, 2012.

T_PM1206 Kriptográfia

Alapvető kriptográfiai fogalmak. Szimmetrikus, aszimmetrikus kriptorendszerek. Klasszikus kriptorendszerek: eltolásos, lineáris, helyettesítéses kriptorendszer, gyakoriságanalízis. Blokktitkosítók: Feistel-struktúra, DES, AES. Nyilvános kulcsú infrastruktúra. Az RSA ismertetése, elemzése biztonsági szempontból. Prímfaktorizációs algoritmusok. A diszkrét logaritmus probléma, algoritmusok a diszkrét logaritmus probléma megoldására. A diszkrét logaritmus problémán alapuló nyilvános kulcsú kriptorendszerek. Elliptikus görbék, elliptikus görbe alapú kriptorendszerek. Alapvető kriptográfiai protokollok. Digitális aláírás.

Ajánlott szakirodalom:

N.Kobbitz, a course in number theory and cryptography, 1994.

A.J.Meneres, P.C von Oorshot & S.A.Vanstone, Handbook of applied cryptography, CRC, 1996.

R.A. Mollin, An introduction to cryptography, Chapman and Hall, 2006.

T_PM1207 Diofantikus egyenletek 1

Klasszikus diofantikus egyenletek és effektív módszerek, tartalmazva a logaritmikus lineáris formák becslését (Baker módszer), Thue egyenletek, Thue-Mahler egyenletek, szuperelliptikus és általánosított szuperelliptikus egyenletek, teljes hatványok egész polinomértékekei, tisztán exponenciális egyenletek, egység egyenletek, binér rekurzív sorozatok.

Ajánlott szakirodalom:

T.N. Shorey, R. Tijdeman: Exponential Diophantine Equations, CUP, 1986.

J.-H. Evertse, K. Györy: Unit Equations in Diophantine Number Theory, CUP, 2015.

T_PM1215 A Baker-módszer és alkalmazása diofantikus egyenletek megoldására

A kurzus célja, hogy betekintést nyújtson a diofantikus számelmélet egyik legjelentősebb és legtöbbet alkalmazott effektív módszerébe az ún. Baker-módszerbe. A kurzus során a hallgatók megismerkednek Hilbert híres 7. problémájával, majd Gelfond és Schneider ezen problémára adott megoldásaival. Ezek után Baker lineáris formák logaritmusaira vonatkozó alapvető tételei kerülnek tárgyalásra különös hangsúlyt fektetve ezen tételekben szereplő paraméterektől való függésre. Végül megismerkedünk néhány - napjainkban is használatos – éles, két - és többváltozós lineáris forma becsléssel, valamint ezek diofantikus egyenletek széles osztályaira vonatkozó alkalmazásaival.

T_PM1216 Prímszámelmélet

Válogatott fejezetek a prímszámelmélet és a multiplikatív számelmélet témaköréből: primitív gyökök és az index kalkulus, számelméleti függvények, a prímszámtétel és következményei, a Riemann-zeta függvény.

Ajánlott szakirodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, Szeged, 1996.

Tom Apostol, Introduction to Analytic Number Theory, Springer, 1976.

T_PM1217 Projektív algebrai görbék és függvénytestek

A kurzus célja bevezetés az algebrai görbék elméletébe és az ún. Riemann-hipotézis bizonyítása a véges test fölött definiált görbékre. Értékelések, teljessé tevés. Függvénytestek. Divizorok, értékelési vektorok (adelek). Differenciál formák. Reziduumok és dualitás. A Riemann-Roch-tétel. Testbővítések. Példák: 0 és 1 génuszú függvénytestek. Projektív görbék. Affin és projektív varietások. Projektív beágyazások. Síkgörbék. Zeta függvények. Az Euler-szorzat. A függvényegyenlet bizonyítása. A Riemann-hipotézis bizonyítása (Weil tétele).

Ajánlott szakirodalom:

D. M. Goldschmidt, Algebraic Functions and Projective Curves, Springer, 2003.

M. Rosen, Number theory in function fields, Springer, 2002.

T_PM1218 Bevezetés az algebrai geometriába

A kurzus célja a klasszikus algebrai geometria alapfogalmainak és alaptételeinek megismerése. Síkgörbék algebrai geometriája. Kúpszeletek racionális paraméterezése. Pappus és Pascal tétele. Algebrai csoport struktúra a harmadfokú görbéken. Affin varietások és ideálok közti alapvető kapcsolat. A Nullstellensatz. Morfizmusok és az affin varietások kategóriája. Projektív algebrai varietások és morfizmusaik. Reguláris és szinguláris pontok. Dimenzió.

Ajánlott szakirodalom:

M. Reid, Undergraduate algebraic geometry, LMS Student Texts 12, C.U.P., Cambridge 1988.

B. Hassett, Introduction to algebraic geometry, Cambridge University Press 2007.

T_PM1321 Központi határeloszlás tételek

A központi határeloszlás tétel független azonos eloszlású esetben. A Lindeberg- és a Ljapunov-tétel, a Lindeberg-Feller-tétel ismertetése. A martingál központi határeloszlás tétel ismertetése. A központi határeloszlás tétel lokális alakjának és a Berry-Esseen-tételnek ismertetése.

T_PM1484 Neurális hálók

A neurális hálók alapfogalmai: neuron, aktivációs függvény. Hálózati architektúrák, tanuló algoritmusok. A lineáris szeparálás és a perceptron. Multilayer perceptronok, a back-propagation algoritmus. Radiális bázis hálózatok. Az SVM és alkalmazásai. Önszervező hálók, a Kohonen-háló.

Ajánlott szakirodalom:

Haykin, S.: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. Prentice hall. New Jersey, 1999.

Titterington, D.M.: Kay, J.W.: Statistics and Neural Networks. Oxford University Press, Oxford, 1999.

Matlab Neural Network Toolbox. The Mathworks, Inc., Natick, 1998.

T_PM1519 Banach algebrák

Banach-algebrák. A spektrum, a spektrálsugár formula. A holomorf függvénykalkulus alaptulajdonságai és alkalmazásai. Gleason–Kahane–Zelazko-tétel. Kommutatív Banach-algebrák Gelfand-elmélete. Uniform algebrák, függvényalgebrák. Algebrák reprezentációi, Jacobson-radikál. Banach-algebrák reprezentációi. C^* -algebrák alaptulajdonságai. Folytonos függvénykalkulus és alkalmazásai. Spektrálmérték és spektrálintegrál. Spektráltétel és alkalmazásai. Pozitív lineáris funkcionálok. C^* -algebrák reprezentációinak jellemzése, felbontásuk. GNS-konstrukció. A Gelfand–Naimark-tétel. C^* -algebrák reprezentációinak tulajdonságai.

Ajánlott szakirodalom:

J. B. Conway: A Course in Functional Analysis, Springer, 1990.

G. J. Murphy: C^* -Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.

T_PM1538 Parciális differenciálegyenletek

Bevezetés: a parciális differenciálegyenletek fogalma, egyenlettípusok. Elsőrendű egyenletek. Funkcionális függőség, funkcionális kifejezhetőség. Közöséges differenciálegyenletek első integráljai. Homogén lineáris parciális differenciálegyenletek. Kvázilineáris parciális differenciálegyenletek. Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletek. Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletre vonatkozó Cauchy-feladat. Magasabb rendű egyenletek. Másodrendű parciális differenciálegyenletek általános elmélete: Osztályozásuk. Az állandó együtthatós lineáris parciális differenciálegyenletek kanonikus alakja. Szemilineáris egyenletek kanonikus alakja két független változó esetén. A hullámeqyenlet: Az egydimenziós hullámeqyenletre vonatkozó kezdeti érték feladat $\mathbb{R}$ -n, illetve egy intervallumon. A három-, illetve kétdimenziós hullámeqyenletre vonatkozó kezdeti érték feladat $\mathbb{R}^3$ -n. Inhomogén hullámeqyenlet. A Poisson-egyenlet: Alapmegoldások, Green-függvény, Poisson formula, harmonikus függvények, maximum-elv, monotonitási-elv. A Laplace-, és a Poisson-egyenletre vonatkozó egzisztencia-tételek. A hővezetési-egyenlet: Az egyenlet és a rá vonatkozó kezdetiérték feladat megoldása. A hővezetési egyenletre vonatkozó egzisztencia tétel. Gyenge megoldások: Sobolev-terek. A Friedrichs-egyenlőtlenség. A Poisson-egyenlet gyenge megoldásai.

T_PM1546 Közöséges differenciálegyenletek alkalmazásai

Lineáris differenciálegyenlet-rendszerek, konstans együtthatós lineáris rendszerek, periodikus rendszerek, Floquet és Ljapunov tételei. Nemlineáris autonóm rendszerek, első integrálok, Kepler-probléma. Stabilitás, konstans együtthatós lineáris differenciálegyenlet-rendszerek stabilitása, Ljapunov stabilitási tételei, stabilitás lineáris közelítésben, rögzített pont körül mozgó merev test stabilitása. Peremérték-feladatok, Green-függvény. A variációszámítás alapjai.

T_PM1549 Többváltozós Fourier-sorok

Az egyváltozós Fourier-elmélet alapvető ismeretei, többdimenziós valós és komplex trigonometrikus rendszer, Fourier-együtthatók, téglány és szférikus Fourier-sor részletösszegek, norma és majdnem mindenütt konvergencia, többváltozós Hardy-Littlewood maximál függvény, Calderon-Zygmund dekompozíció, többváltozós Fejér-közepek megszorított és Pringsheim-féle értelemben vett majdnem mindenütt konvergenciája, többváltozós Walsh-rendszerre vonatkozó Fourier-sorok.

T_PM1550 Modern analízis 1

Metrikus terek, topológiai alapfogalmak, konvergens sorozatok, teljesség. Kompakt halmazok jellemzői, Heine-Borel-tétel. Függvények folytonossága. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. Lipschitz-függvény, kontrakció, Banach-féle fixpont tétel, Baire-féle kategória tétel. Normált tér, Banach-tér. Véges dimenziós normált terek, Schauder-bázis. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. Hahn-Banach-tétel, nyílt leképezés tétel, zárt gráf tétel,

Banach-Steinhaus-tétel. Mértéktér, mértékek konstruálása. A Lebesgue-mérték és integrál. L_p terek, a Riemann- és a Lebesgue-integrál kapcsolata.

Ajánlott szakirodalom:

Járai Antal, Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002

Járai Antal, Modern alkalmazott analízis, Typotex, Budapest, 2007

Losonczi László, Funkcionálanalízis I, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1994.

Novák–Gselmann Eszter, Modern analízis I (jegyzet), <http://math.unideb.hu/gselmanneszter/>

Novák–Gselmann Eszter, Modern analízis I (példatár), <http://math.unideb.hu/gselmanneszter/>

T_PM1552 Modern analízis 3

Ortonormált rendszerek, Fourier-sorok Hilbert-terekben. Ortogonális polinomok, trigonometrikus rendszer. Fourier-sorok konvergenciái; Dini, Fejér és Poisson tételei. Weierstrass approximációs tételei. Alapfogalmak a parciális differenciálegyenletek elméletében. Elemi módszerek. Első integrálok. Elsőrendű kvázilineáris egyenletek. Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek osztályozása és kanonikus alakra hozása. Vegyes feladat hullámegyenletre, Fourier-módszer. Vegyes feladat hőegyenletre, maximum-tétel, Fourier-módszer. Cauchy-feladat hőegyenletre, Duhamel-elv, Fourier transzformáció. Peremérték feladatok potenciálegyenletre. Harmonikus függvények. Green-függvény.

Ajánlott szakirodalom:

Czách László, Simon László, Parciális differenciálegyenletek, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1993.

L. C. Evans, Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

Ph. Frank, R. Mises, A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei I-II., Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.

Járai Antal, Modern alkalmazott analízis, Typotex, Budapest

A. N. Kolmogorov, Sz. V. Fomin, A függvényelmélet és a funkcionálanalízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.

I. G. Petrovskij, Előadások parciális differenciálegyenletekből, Akadémiai Kiadó, Bp, 1955.

Simon László, Parciális differenciálegyenletek, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.

Székelyhidi László, Elsőrendű parciális differenciálegyenletek, KLTE Debrecen, 1980.

Szőkefalvi–Nagy Béla, Valós függvények és függvénysorok, Polygon, Szeged, 2002.

A. N. Tyihonov, A. A. Szamarszkij, A matematikai fizika differenciálegyenletei, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956.

V. Sz. Vlagyimirov, Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

V. Sz. Vlagyimirov, Parciális differenciálegyenletek feladatgyűjtemény, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.

T_PM1553 Nemlineáris optimalizálás

Normált terek. Deriváltfogalmak normált terekben. A deriváltfogalmak közti kapcsolat; differenciálási szabályok. A Fermat-elv és Lagrange-féle középérték tétel. Inverzfüggvény-tétel és Lagrange-féle multiplikátor elv. Magasabbrendű deriváltak, Taylor-tétel. A szélsőérték első és

másodrendű feltétele. A variációszámítás alapfeladata. Gyenge extrémum, Euler-Lagrange egyenlet, Legendre- és Jacobi-feltétel. A gyenge extrémum másodrendű feltétele. Erős extrémum; Weierstrass szükséges és elegendő feltételei. Alkalmazások a fizika és geometria klasszikus problémáira.

T_PM1554 Parciális differenciálegyenletek2

Bevezetés: a parciális differenciálegyenletek fogalma, elemi módszerekkel megoldható egyenletek. Elsőrendű egyenletek: Homogén lineáris parciális differenciálegyenletek. Kvázilineáris parciális differenciálegyenletek. Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletre vonatkozó Cauchy-feladat. Másodrendű parciális differenciálegyenletek általános elmélete: Osztályozásuk. Az állandó együtthatós lineáris parciális differenciálegyenletek kanonikus alakja. Szemilineáris egyenletek kanonikus alakja két független változó esetén. A hullámegyenlet: Az egydimenziós hullámegyenletre vonatkozó kezdeti érték feladat R^n -n, illetve egy intervallumon. A három-, illetve kétdimenziós hullámegyenletre vonatkozó kezdeti érték feladat R^3 -n. Inhomogén hullámegyenlet. A Poisson-egyenlet: Alapmegoldások, Green-függvény, Poisson-formula, harmonikus függvények, maximum-elv, monotonitási-elv. A hővezetési-egyenlet: Az egyenlet és a rá vonatkozó kezdetiérték feladat megoldása. Gyenge megoldások: Sobolev-terek. A Friedrichs-egyenlőtlenség. A Poisson-egyenlet gyenge megoldásai.

T_PM1555 Numerikus matematika

Lineáris egyenletrendszerek iteratív módszerei. Projekciós módszerek. Nemlineáris egyenletrendszerek. A Newton-módszer általánosításai. Spline-ok. Sajátértékfeladatok. Redukciós módszerek. Lánzos-módszer. Altér iteráció. Közönséges differenciálegyenletek numerikus módszerei. Runge-Kutta módszerek. Multigrid módszerek. Parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei. Véges differencia módszerek. Véges elem módszer.

T_PM1556 Operációkutatás

Az operációkutatás tárgya. A szimplex módszer; optimalitás, degeneráltság, nem korlátos célfüggvény. A ciklizálás és elkerülése; a lexikografikus módszer és a Bland-szabály. Dualitáselmélet: reflexivitás, gyenge és erős dualitási tételek; komplementaritási tétel. Érzékenység vizsgálat. A lineáris programozás mátrix formalizmusa. A lineáris programozás geometriai vonatkozásai. Alkalmazások: Carathéodory-tétel, Farkas-lemma, Neumann minimax tétele. Lineáris programozási feladatra vezető modellek.

T_PM1732 Rácselméleti alapok, LLL, alkalmazások

Alapvető rácselméleti fogalmak és összefüggések. Az approximáció alapjai. Approximációs rácsok. Az LLL algoritmus. Elméleti és gyakorlati alkalmazások.

Ajánlott szakirodalom:

J. W. S. Cassels, An Introduction to the Geometry of Numbers

I. Niven, H. S. Zuckerman, H. L. Montgomery, An introduction to the theory of numbers, 5th edition, Wiley, 1991.

Hajdu A., Hajdu L., Tijdeman R.: Finding well approximating lattices for a finite set of points, Mathematics of Computation 88 (2019), 369-387.

T_PM1801 Algebrai számelmélet alapjai

Algebrai számok, algebrai számtestek, egész bázis, diszkrimináns, ideálok, egységek, Dirichlet tétele. Diofantikus approximáció, Liouville tétele, Roth tétele.

Ajánlott szakirodalom:

Hua Koo Leng, Introduction to number theory, Springer, 1982.

W.Narkiewicz, Elementary and analytic theory of algebraic numbers, Springer, 2004.

T_PM1802 Értékelélmélet

Értékelések. Ekvivalens értékelések. Független értékelések. Prím testek értékelései. Archimedeszi és nem Archimedeszi értékelések. Archimedeszi értékeléssel rendelkező testek aritmetikai tulajdonságai. Értékelések kiterjesztései.

Ajánlott szakirodalom:

Helmut Hasse, Number theory, Springer, 2002.

H.Cohen, Number theory, Springer 2007.

T_PM1803 Véges testek, körosztási testek, Galois-elmélet

Véges testek. Véges test feletti irreducibilis, primitív és más nevezetes polinomok keresése és eloszlása. Polinomok faktorizációja véges testek fölött. Bázisok konstrukciója véges testek bővítéseiben. Görbék, hatványösszegek és lineáris rekurziók véges test felett. Véges testek alkalmazása az algebrai számelméletben (kvadrátikus reciprocitás, normák és nyomok). Galois-elmélet, főtétele. Körosztási testek és alkalmazásuk. Adott kommutatív Galois-csoportú bővítés létezése. A Galois-csoport feloldhatóságának kritériuma. A Galois elmélet alkalmazásai a számelméletben: Hilbert 90-es tétele véges Galois-bővítésekre, Artin-Schreier-tétel.

Ajánlott szakirodalom:

Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

Serge Lang, Algebraic Number Theory, Addison-Wesley, 1970.

Lawrence C. Washington, Introduction to Cyclotomic Fields, Graduate Texts in Mathematics, 83. Springer-Verlag, New York, 1982.

Shparlinski, I.E. Finite Fields: Theory and Computation, Mathematics and Its Applications , Vol. 477, Springer, 1999.

R. Lidl and H. Niederreiter, Introduction to Finite Fields and Their Applications, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994.

T_PM1804 Algoritmusok diofantikus egyenletek megoldására

Lánctörtek, Pell-egyenlet, diofantikus approximáció. Thue-egyenletek. A megoldásszám végeessége, „kis” megoldások keresése. A Baker-módszer alkalmazása. Redukciós módszerek. LLL algoritmus. Leszámlálási algoritmusok. Thue-egyenletek alkalmazása.

Ajánlott szakirodalom:

I.Gaál, Diophantine equations and power integral bases, Birkhäuser, Boston, MA, 2002.

I.Niven, H.S.Zuckerman, An introduction to the theory of numbers. John Wiley & Sons, New York, 1980.

T_PM1805 Algoritmusok az algebrai számelméletben

Egész bázisok, alepegységek, adott normájú elemek kiszámítása.

Ajánlott szakirodalom:

M.Pohst and H.Zassenhaus: Algorithmic algebraic number theory, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 30. Cambridge etc.: Cambridge University Press, 1989.

T_PM1806 Algebrai számtestek monogenitása

Hatvány egész bázisok algebrai számtestekben. Indexforma egyenletek és megoldásuk. Harmad-, negyed-, ötödfokú testek. Magasabb fokú testek. Relativ bővítések. Hatvány egész bázisok számtestek végtelen parametrikus családjában.

Ajánlott szakirodalom:

I.Gaál, Diophantine equations and power integral bases, Birkhäuser, Boston, MA, 2002.

T_PM1807 Rácsok, bázisredukciós módszerek és alkalmazásaik

Rácselméleti alapfogalmak. Blichfeldt és Minkowski tétele és alkalmazásaik, rácspontok konvex testekben. Távolságfüggvények, szukcesszív minimumok. Rácsok és kvadratikusan formák. Rácselméleti algoritmusok: bázisredukciós módszerek (az LLL-algoritmus), rácscok „rövid” vektorainak meghatározása (a Fincke-Pohst-algoritmus); alkalmazások.

Ajánlott szakirodalom:

J. W. S. Cassels, An Introduction to the Theory of Numbers

N. P. Smart, The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations

T_PM1808 Kombinatorikus módszerek a számelméletben

Ramsey-típusú tételek, kompaktsági elv. Monokromatikus számtani sorozatok, van der Waerden tétele és általánosításai. Diofantoszi egyenletek és egyenletrendszerek monokromatikus megoldásai, Schur és Rado tételei, általánosítások.

Ajánlott szakirodalom:

B. M. Landman and A. Robertson, Ramsey Theory on the Integers, American Mathematical Society, 2004.

R. L. Graham, B. L. Rothschild and J. H. Spencer, Ramsey Theory, John Wiley & Sons, 1990.

T_PM1809 Algebrai számelméleti programcsomagok

A Magma, Kash, Pari programcsomagok

T_PM1810 Moduláris formák aritmetikai tulajdonságai

Magasságok és racionális pontok. Moduláris formák Q fölött. Diofantikus problémák és komplex geometria. Weil függvények, egész pontok és diofantikus approximáció.

Ajánlott szakirodalom:

Lang: Survey on diophantine geometry

T_PM1811 Egységek és egységegyenletek

Dirichlet-féle egységtétel. Egységegyenletek effektív és ineffektív elmélete.

Ajánlott szakirodalom:

T.N.Shorey and R. Tijdeman, Exponential diophantine equations, Cambridge University Press, 1986.

T_PM1812 Elliptikus görbék és alkalmazásai

Elliptikus görbék, alapfogalmak. Moduláris formák. Wiles tétele. Példák. Elliptikus görbék alkalmazása prímtesztekben. Elliptikus görbék alkalmazása a kriptográfiában.

Ajánlott szakirodalom:

L. C. Washington: Elliptic curves Number Theory and Cryptography, Chapman & Hall/CRC, ISBN: 1-58488-365-0.

T_PM5109 Algoritmus és bonyolultságelmélet

Számítási modellek: determinisztikus és nemdeterminisztikus automaták és Turing-gépek. Rekurzív és rekurzíve feldorolható nyelvek, eldönthető problémák. Gödel és Church tételei. Cook tétele SAT és 3-SAT NP-teljességéről. Néhány klasszikus probléma NP-teljessége. Ladner tétele, köztes bonyolultsági osztályok. CSP-k és ezek bonyolultsága, a polimorfizmusklóntól való függés. Post kételemű halmazokon ható klónok osztályozásáról szóló tétele. Schaefer dichotómiatétele, ennek univerzális algebrai megközelítése. A gráfizomorfizmus-probléma. Matroidok. Polinomidőben megoldható problémák javíthatósága. Mátrixok szorzása, hatványozása, sajátértékeinek kiszámítása. Véletlen algoritmusok: Tutte-mátrix és teljes párosítás gráfokban, a prím tulajdonság ellenőrzése, nagy prím számok konstrukciója. Derandomizálás.

T_PM5112 Algebra és számelmélet oktatása

Oszthatóság, kongruencia kommutatív, nullosztómentes, egységelemes gyűrűkben. (Rend fogalom.) A páros számok számelmélete és más gyűrűk, ahol nincs alaptétel. Számelmélet (az általános és) középiskolában feladatokon keresztül. Algebra: Vektorterek, alterek. Dimenzió. Lineáris transzfomációk és sajátvektoraik (geometriai példák esetében alkalmazás a

differenciálegyenletek megoldásánál). Művelet, műveleti tulajdonságok, félcsoport, csoport, gyűrű eldöntési feladatok (versenyfeladatok és kéttannyelvű felvételi feladatok). Lineáris egyenletrendszer megoldási problémái. Polinomok és polinomfüggvények véges és végtelen test esetén. Polinomok számelmélete különböző gyűrűk felett.

Ajánlott szakirodalom:

Surányi János: Polinomok, egyenletek az iskolában

Fried Ervin: Absztrakt algebra elemi úton

Ambrus András, Varga Tamás, Czeglédi-Balogh Matematika tanítás ill. matematika didaktika jegyzetek

Tankönyvek és versenyfeladatok

Internetes anyagok: pl. sulinet.hu, matek.fazekas.hu

T_PM5113 Transzformációcsoportok

Transzformációcsoportok. Csoporthatások sokaságokon. A hatások infinitézimális vizsgálata. Derivációk. Tranzitív csoporthatás. Homogén terek. Effektív, primitív és imprimitív csoporthatás. Lokális és globális tranzitív csoporthatások jellemzése és osztályozása. Globális csoporthatások kétdimenziós sokaságokon: gömbfelületen, hengerfelületen, Möbiusz-szalagon, Klein-palackon és tóruszon. Nilpotens és feloldható sokaságok. Kompakt Lie-csoportok hatásai.

T_PM5114 A problémamegoldás elméleti alapkérdései

Probléma megoldási modellek: Pólya féle modell, Mason féle modell, Hattie-féle modell. Probléma megoldási stratégiák: célirányos gondolkodás, fordított irányú gondolkodás, szisztematikus próbálkozás. Heurisztikus elvek: indukció, analógia, általánosítás, ismeretlen probléma visszavezetése egy ismertre, invariancia elv, eset megkülönböztetés, optimalizálás elve, speciális esetek vizsgálata, szimmetria elv, különböző reprezentációk használata. Zárt feladatok, nyitott feladatok. Metakogníció – a tanuló saját tudásáról való tudás fejlesztése. Önálló kérdés felvetés, önálló magyarázatok, önálló tervezés, önálló monitorizálás, önálló kontrolltechnikák kifejlesztése, alkalmazása. Kognitív terhelés és a matematikai problémamegoldás. Kooperatív oktatási technikák és a matematikai problémamegoldás tanításában. Néhány oktatási kísérlet a matematikai problémamegoldás tanításával kapcsolatban.

Ajánlott szakirodalom:

Ambrus András: Bevezetés a matematikadidaktikába. Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó Budapest 2004.

Stein (ed.) A Life's time for mathematics education and problem solving. WTM Münster 2017.

Barczy K, A. Schoenfeld, J. Sweller, J. Mason, D. Tall, S. Vinner, O. Chapman cikkek

Barczy Kriszta: Developing Mathematical Problem Solving Abilities and Skills With Cooperative Teaching Techniques. PhD értekezés Debrecen 2016.

Kosztolányi József: A probléma megoldási stratégiák tanításáról. PhD értekezés Debrecen. 2006.

Pintér Klára: A matematikai problémamegoldás és problémaalkotás tanításáról. PhD értekezés Szeged 2012.

Pólya György: A gondolkodás iskolája. Gondolat Kiadó Budapest 1977.

Pólya György: A problémamegoldás iskolája I.- II. Tankönyvkiadó Budapest 1967-68.

T_PM5119 A matematikai ismeretszerzés

A matematikai ismeretszerzés módja, induktív és deduktív megközelítések. A fogalomalkotás folyamatának elméleti háttére, a procedurális és konceptuális tudás. A megértés dimenziói. Az anyanyelv szerepe a matematikai gondolkodás fejlesztésében. A szimbólumhasználat tanításának kérdései. A matematikatanulás pszichológiai aspektusai. Skemp, Vigotszkij, Usiskin, Sfard, Tall, Vinner és Dreyfuss elméleti munkáinak megismerése.

T_PM5128 A geometria oktatása

Az euklideszi geometria tanítása induktív és deduktív módon. A nemeuklideszi geometriák tanítási lehetőségei a középfokú és felsőfokú oktatásban. A lineáris algebra alapjainak tanítása induktív módon. Koordináta-rendszerek. Algebrai struktúrák bevezetése példákon keresztül; analógia, általánosítás és absztrakció. Felfedeztetés a foglalkozásokon; konkrét példák, általános sejtés, a sejtés bizonyítása. Probléma alkotás és problémamegoldás. A deduktív matematika kialakulása, a geometria kronológiai fejlődése. Alapvető modellezési eljárások. A drótváz-modell és a határfelület-modell. A testek határoló felületeinek leírása. A konstruktív tömörtest geometria. Az alakzatok vetületeinek előállítás. A számítógépes grafikában a parallel és centrális vetítések leírásához felhasznált koordináta-rendszerek. A merev test pozíciójának megadása (az alap koordináta-rendszerben). Számítógépes vizualizáció alapjai: színezés, animáció, 2D és 3D ábrázolások. Interaktív oktatási anyagok készítése. Példák: geometriai objektumok és szerkesztések. Geometriai hálók. Hálók koordinátázás-elmélete. Desargues-féle geometriai hálók koordinátázása. Térképészeti alkalmazások. Szövetgeometria. Kvázicsoportok, loopok és hálózatok. Koordinátázás és záródási tételek. Projektívítások és kollineációk. Moufang- és Bol-loopok és hálózatok. Differenciálható szövetek és hálózatok.

Ajánlott szakirodalom:

Ambrus András: Bevezetés a matematikadidaktikába, ELTE Kiadó.

Dienes Zoltán: Építsük fel a matematikát, Edge 2000 Kft.

Hans Freudenthal: Mathematics as an Educational Task Hans Freudenthal: Weeding and Sowing, Kluwer Academic Publishers.

Morris Kline: Mathematical Thought from Ancient to Modern Times, Oxford University Press.

Pólya György: A gondolkodás iskolája, Typotex.

T_PM5142 Konstruktív geometria

Síkgörbék: Egyszerű ív, nyílt, zárt görbék, nevezetes pontok, végtelen távoli pontok. Síkgörbe érintője, asszimptota. Simulókör értelmezése, síkgörbék görbülete. Síkgörbe vetülete, a vetület görbületi viszonyainak meghatározása. Térgörbék: Egyszerű térbeli görbe, szinguláris pontok, végtelen távoli pontok. Térgörbe érintője, asszimptota. Simulókör értelmezése, térgörbék görbülete. Térgörbe vetülete, a vetület görbületi viszonyainak meghatározása. Térgörbe kifejtethető felülete. Felületek: Felületek származtatása, fontosabb felületosztályok. Simaság, a felületek nevezetes vonalai, görbületi viszonyok. Felületek metszetei, a metszetek görbületi viszonyai, kapcsolatai. Felületek áthatása, az áthatási görbék lefutása.

Ajánlott szakirodalom:

Strommer Gyula: Geometria, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.

<http://abrgeom.uw.hu/segedanyagok/gorbe.pdf>
<http://abrgeom.uw.hu/segedanyagok/feluletek.pdf>

T_PM5158 Kombinatorikus számelmélet

Ramsey és Van der Waerden témakör, Sidon-sorozatok, összeghalmazok, additív komplementumok, kongruencia fedőrendszerek, nevezetes Erdős problémák. A kurzus eleme a hallgatók intenzív önálló feladatmegoldása.

Ajánlott szakirodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Graham, R.; Rothschild, B.; Spencer, J. H. : Ramsey Theory (2nd ed.), New York: John Wiley and Sons, 1990.

T_PM5159 Hagyományos és elektronikus tesztek a matematikaoktatásban

Megismerkedés a hagyományos tesztelés elméletével és annak iskolai alkalmazásával. A számítógéppel támogatott tesztek elkészítésének és kiértékelésének kérdései. Adaptív tesztelés vs. hagyományos tesztelés. Az elektronikus tesztek szerepe és helye napjaink matematikaoktatásában.

T_PM5160 Mobil technológiák a matematikaoktatásban

Az M-learning fogalma és többfajta megközelítése, lehetőségei a matematikaoktatásban. Az általános és középiskolai tananyaghoz kapcsolódó mobil applikációk megismerése és módszertani elemzése. A kibővített valóság beépítése a matematika órákba. A mobil eszközök felhasználása az e-teszteléshez.

T_PM5161 Diszkrét matematika

Gráfok, összefüggőség, párosítások. Vonalak, körök és utak. Gráfelméleti algoritmusok. Leszámlálási problémák, permutációk, partíciók. Latin négyzetek, ortogonális latin négyzetek. Rekurziók, generátorfüggvények. Extrémális halmazelmélet.

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, Szeged, 1997.

P. J. Cameron: Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms, Cambridge University Press, 1994.

J. L. Hirst, M. Mossinghoff, J. Harris: Combinatorics and Graph Theory, Springer-Verlag New York, 2011.

G. Agnarsson, R. Greenlaw: Graph Theory: Modeling, Applications, and Algorithms, Pearson, 2006.

T_PM5162 Gépi tanulás

Alapfogalmak, Lineáris algebra. Információelmélet és valószínűségszámítás. Numerikus számítások. Adatok előfeldolgozása. Dimenziócsökkentés. Regressziós modellek. Osztályozás. Klaszterezés. Asszociatív tanulás. Megerősítő tanulás. Bevezetés a mély tanulásba. Neurális hálók.

Feedforward hálózatok. Backpropagation algoritmus. Súly inicializálási módszerek. Regularizáció. Célfüggvények. Konvolúciós neurális hálók. Összevonó rétegek, dropout, normalizálás. Reprezentációtanulás. Vizualizáció. Mély konvolúciós neurális hálózatok. Rekurrens neurális hálózatok. Ensemble módszerek.

Ajánlott szakirodalom:

W. McKinney: Python for Data Analysis (1 ed.). O'Reilly Media, Inc. 2012.

C. Bishop: Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.

D. Conway, J.M. White: Machine Learning for Hackers, O'Reilly Media, Inc. 2012.

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville: Deep Learning, MIT Press, 2016.

Ludmila I. Kuncheva: Combining Pattern Classifiers: Methods and Algorithms, Second Edition, Wiley, 2014.

Ian H. Witten, Eibe Frank, Mark A. Hall, and Christopher J. Pal. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques. Morgan Kaufmann, Burlington, MA, 4 edition, 2016.

T_PM5163 Pedagógiai akciókutatások módszertana

A (pedagógiai) akciókutatás a gyakorló tanár saját tevékenységének tudományos igényű vizsgálata, melynek célja a tanári gyakorlat javítása, a tanulás eredményességének növelése és a tudásmegosztás. Fontos szerepe lehet a gyakorló tanár kutatóvá válásának folyamatában. Mind gyakrabban kerül sor akciókutatások doktori disszertációban történő felhasználására, melynek formai-etikai és tartalmi kérdéseivel is foglalkozik a kurzus. Fő témakörök: az akciókutatás lehetőségei és korlátjai, az akciókutatás kiindulópontjának meghatározása, kollaboráció az akciókutatásban, az akciókutatás tervezése, adatgyűjtés-adatelemzés, a tudásmegosztás, az akciókutatás publikálása.

Ajánlott szakirodalom:

Feldman, A., Altrichter, H., Posch, P., & Somekh, B. (2018). Teachers investigate their work. London and New York: Routledge.

Koshy, V. (2005). Action Research for improving practice. London, Thousand Oaks, New Delhi: Paul Chapman Publishing.

Mason, J. (2002). Researching your own practice. London and New York: Routledge.

T_PM5164 Empirikus kutatási módszerek a matematikadidaktikában

Az előadás áttekinti a neveléstudományi kutatási módszerek azon irányzatait, amelyek a matematikadidaktika, tágabb értelemben a matematikai nevelés (mathematics education) empirikus vizsgálataira számára relevánsak. A kurzus alapot jelent egy rá épülő kutatási szeminárium számára, amelynek középpontjában a számítógépes statisztikai elemzések állnak (SPSS). Fő témakörök: A tudományos kutatás alapfogalmai, módszerei, eszközei. A szakirodalom feldolgozásának módszerei. Kérdőíves vizsgálatok. Mérés és skálaelméleti alapfogalmak. A mintavétel módszerei A leíró statisztikák, elemzése, értelmezése. Az eredmények táblázatos és grafikus megjelenítése. Két változó összefüggésének vizsgálata: kontingencia-koeficiens, korrelációs együtthatók. Fejlődésanalízis: keresztszeti és longitudinális vizsgálatok. Regresszióanalízis, faktoranalízis, klaszteranalízis. Pedagógiai kísérletek. A kutatási eredmények publikálása: az APA-stílus.

Ajánlott szakirodalom:

Csermely Péter, Gergely Pál, Koltay Tibor és Tóth János (1999). Kutatás és közlés a természettudományokban. Osiris Kiadó.

Csíkos Csaba (2009). Mintavétel a kvantitatív pedagógiai kutatásban. Gondolat Kiadó.

Csíkos Csaba (2012). Pedagógiai kísérletek kutatómódszertana. Gondolat Kiadó.

Csíkos Csaba (2020). A neveléstudomány kutatómódszertanának alapjai. Eötvös Kiadó.

Kilpatrick, J. (2020). History of research in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of mathematics education (pp. 349-354). Springer.

Publication manual of the American Psychological Association. 7th Edition.

Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and methods of research in mathematics education. Notices of the AMS, 47, 641-649.

T_PM5165 Haladó lineáris algebra

Lineáris algebrai alapfeladatok: lineáris egyenletrendszer megoldása, mátrixok determinánsa, rangja, sajátértékei, sajátvektorai, karakterisztikus polinomja, Jordan- és Frobenius féle normálalakjai. Mindezek hatékony kiszámítása. Gyors mátrixszorzás és mátrixhatványozás. Bilineáris formák, Gram-Schmidt ortogonalizáció, PCA, CCA. Normális, önadjungált, unitér mátrixok. Gráfok adjacencimátrixa és Laplace-mátrixa, az ezekből közvetlenül leolvasható gráfparaméterek. Kirchhoff tétele a feszítő fák számáról. Hoffman tétele a kromatikus szám becsléséről, a páros gráfok jellemzése a spektrummal. Cauchy összefonódási tétele, Perron-Frobenius tételek nemnegatív, pozitív, primitív és irreducibilis mátrixokra. Nemnegatív mátrixok periódusa, a periódus csúcsfüggetlensége az irreducibilis esetben. Gershgorin-körök, Gershgorin-tételek, imprimitív irreducibilis mátrixok. A páros gráfok jellemzésének Hoffman-féle erősítése. A fentiek alkalmazása a Markov-láncok elméletében. Séták. Irreducibilis Markov-láncok, átmenetmátrix és alpmátrix. Stacionárius eloszlás, csúcs előfordulási gyakorisága egy séta során, a visszatérés várható ideje, másik csúcs (vagy csúcshalmaz) elérésének várható ideje. Nagy számok gyenge törvénye és centrális határeloszlástétel ezen változókra. Elnyelő Markov-láncok, átmenetmátrix és alpmátrix. Elnyelődés valószínűsége az egyes nyelőpontokban, elnyelődés idejének várható értéke, magasabb momentumai. Reverzibilis Markov-láncok. Kelly-lemma, Kolmogorov-kritérium. Reverzibilitás hatékony ellenőrzése és a stacionárius eloszlás gyors kiszámítása ezekben a Markov-láncokban. Séta gráfokon, keverési idő, a gráf teljes bejárásának ideje. Becslések. Kitekintés, alkalmazások: végtelen láncok, evolúciós játékok, véletlen mátrixok.

T_PM5166 Problémaalkotás a matematikaoktatásban

A tantárgy célja, hogy feltárja a problémaalkotás elméletét, gyakorlatát és a téma kutatási irányait a matematikaoktatásban. A hallgatók betekintést nyernek a problémaalkotásnak a matematikai gondolkodásra, a problémamegoldásra és a kreativitás fejlesztésére gyakorolt hatására. A kurzus lehetőséget biztosít a hallgatóknak a problémafelvetési tevékenységek elemzésére, kritikájára és megtervezésére. Témák: A problémaalkotás elméleti perspektívái. A problémaalkotással kapcsolatos kutatások a matematikaoktatásban. A problémaalkotási tevékenységek elemzése. A problémaalkotási tevékenységek tervezése. Technológia és problémafelvetés. A problémafelvetés értékelése.

Ajánlott szakirodalom:

- Baxter, J. A. "Jill." Some Reflections on Problem Posing: A Conversation with Marion Walter. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 122–128. 2005. <https://doi.org/10.5951/tcm.12.3.0122>
- Brown, S. I., & Walter, M. I. *The Art of Problem Posing*. Taylor & Francis. 1990.
- Ellerton, N. F. Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87–101. 2013. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9449-z>
- Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(1). 2012. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.11.002>
- Silver, E. A. On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28. 1994. <https://doi.org/10.2307/40248099>

T_PM5167 A matematika szerepe a felsőoktatási képzésben

A tantárgy célja, hogy áttekintsük a természettudományi képzés, a mérnökképzés, az informatikai képzés, a gazdaságtudományi képzés keretén belül megjelenő matematikai tantárgyakat. Ezen tantárgyak tematikáit, képzési céljait. Megvizsgáljuk, hogy milyen matematikai előismeret lenne kívánatos a bemeneti oldalon és mik az elvárások a kimeneti oldalon. A témakör szakirodalmát áttekintve tanulmányozzuk a már létező oktatási módszereket és stratégiákat a matematika oktatására a felsőfokú képzés területén hazánkban és külföldön és ezen módszerek eredményességét és használhatóságuk feltételeit. Vizsgáljuk a felsőfokú matematika oktatás tartalmi megújításának lehetőségeit, illetve a különböző módszerek IT eszközök, projektmunka, csoportmunka alkalmazásának lehetőségeit a Debreceni Egyetem oktatásában.

Ajánlott szakirodalom:

- Ambrus, G.; Filler, A.; Vancsó, Ö. Functional reasoning and working with functions in mathematics teaching tradition in Hungary and Germany. *Mathematical Enthusiast*, 15(3), 429–447. 2017.
- Atanasiu, G.: Discipline Modules- A New Perspective for High Education, In: Melezinek A.; Ruprecht R. (ed.): *Unique and Excellent- Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert*, Leuchtturm Verlag, Biel.
- Barsony, J.: Quality of Engineering Education and the Qualification of Professional Engineering, In: Melezinek A.; Ruprecht R. (ed.): *Unique and Excellent- Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert*, Leuchtturm Verlag, Biel.
- Bernard, F.: das Curriculare Lernfeldkonzept in der Dualen Berufsausbildung and die Arbeit mit Projekten, In: Melezinek A.; Ruprecht R. (ed.): *Unique and Excellent- Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert*, Leuchtturm Verlag, Biel.
- Brown, G.; Bull, J.; Pendlebury, M.: *Assessing Student Learning in Higher Education*, Routledge, London, 1997.
- Fischbein, E.: *Intuition in Science and Mathematics, An Educational Approach*, Mathematics Education Library, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987.
- Greefrath, G.; Oldenburg, R.; Siller, H.-S.; Ulm, V.; Weigand, H.-G. Aspects and „Grundvorstellungen" of the Concepts of Derivative and Integral. *Journal for Didactics of Mathematics*, 1, 99–129. 2016.
- Klingné Takács, A.: *A matematikai analízis alapjainak és alkalmazásainak számítógéppel segített oktatása a Kaposvári Egyetemen, Doktori értekezés, Debreceni Egyetem, 2013.*

Perjésiné Hámori, I.: Az internet és a komputer algebrai rendszerek bevezetése gépészmérnökök matematika oktatásába, Doktori értekezés, Debreceni Egyetem, 2003.

T_PM5168 Lineáris algebra oktatása a felsőfokú képzésben

A lineáris algebra az egyike a két fő matematikai tantárgynak, amelyet tudományegyetemeken oktatnak. A hallgatók többsége a lineáris algebrát nehéz tárgyként tartja számon e tudományág fogalmainak elvont természete miatt. Ezért az elmúlt két évtizedben több országban is a matematikai didaktika aktív kutatási területévé vált. A lineáris algebra tanításával és tanulásával kapcsolatos két fő kutatási téma: a lineáris algebra egyes fogalmainak tanulói megértésének jellemzése, valamint a tanítás és tanulás javítását célzó különböző didaktikai megközelítések. A félév során bemutatjuk az előhívó modelleken és a matematikai modellezésen alapuló didaktikai javaslatokat. A főbb kérdések, amelyekkel foglalkozni fogunk: a lineáris algebra episztemológiai sajátossága és kölcsönhatása matematikatörténeti kutatásokra, a kognitív rugalmasság a lineáris algebra tanulásában, három alapelv a lineáris algebra tanítására G. Harel kutatásai alapján, a geometria és a lineáris algebra kapcsolata, M. Rogalski által kidolgozott kísérleti tanítási terv.

Ajánlott szakirodalom:

J.-L. Dorier: Teaching Linear Algebra at University, ICM 2002 · Vol. III.

K. C. Barros Teixeira, Pedagogical Strategies to Enhance Learning in a Linear Course, PRIMUS 2023, VOL. 33, NO. 2, 152–174, <https://doi.org/10.1080/10511970.2022.2048928>

M. Trigueros, E. Possani, Using an economics model for teaching linear algebra. Linear Algebra Appl. 2013; 438: 1779-1792

A. Cárcamo, J. Gómez, J. Fortuny, Mathematical Modelling in Engineering: A Proposal to Introduce Linear Algebra Concepts. J Tech Sci Educ. 2016; 6: 62-70.

E. Possani, M. Trigueros, J. Preciado, M. Lozano, Use of models in the teaching of linear algebra. Linear Algebra Appl. 2010; 432: 2125-2140

T_PM5169 Sztochasztika és oktatása a felsőfokú képzésben

A valószínűségszámítás és a statisztika a tudományegyetemeken több kar hallgatóinak képzésében kiemelten lényeges szerepet játszik. A természettudományok és műszaki tudományok területén a kísérletek megtervezésének, kivitelezésének és a mérések eredményeinek kiértékelésében, a mérések hibáinak meghatározásában, a hipotézisvizsgálat pedig a döntésméletben nélkülözhetetlen. A gazdasági tudományok képzési profiljában ugyancsak fontos a szerepe, a fogyasztói döntéshozatal kellő körültekintéssel és megalapozottsággal történő modellezéséhez, rangsorolások, prioritások, preferenciák felállításához szükséges. A félév során tárgyaljuk az alacsony elemszámú minták kiértékeléséhez szükséges nem paraméteres modelleket, feldolgozánk a Mann-Whitney U teszt, a Wolcoxon előjeles rangpróba, a Kruskal-Wallis próba, a Friedmann próba, a Spermann-féle rangkorreláció módszereket, valamint tanulmányozzuk a diszkrét választási kísérletet. Ez utóbbi alkalmazásával egy hipotetikus helyzet elemzése történik, amely segítségével még el nem érhető alternatívákat tartalmazó választási szituációk is szimulálhatók lehetővé téve azok bevezetéséből származó előnyök és hátrányok előzetes felmérését.

Ajánlott szakirodalom:

C. G. Chorus, Random Regret-based Discrete Choice Modeling. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012.

R. van de Schoot, M. Miocevic, Small Sample Size Solutions. Routledge, London, 2020.

K. Okoye, S. Hosseini, Choosing Between Parametric and Non-Parametric Tests in Statistical Data Analysis, Springer, Singapore, 2024.

T_PM5170 Alkalmazott statisztika és kutatómódszertan

A kurzus során a hallgatók áttekintik a kvantitatív kutatások alapelveit, alapvető fogalmait – különös tekintettel a kérdőíves kutatásokra –, valamint az empirikus kutatások adatainak elemzéséhez használható statisztikai eljárások főbb csoportjait és eljárásait, fókuszálva azok alkalmazásával kapcsolatos kérdésekre. A kurzus teljeskörűen, de nem részletekbe menően eleveníti fel a kérdőíves kutatások tervezésével, kivitelezésével, és adatainak elemzésével, közlésével kapcsolatos ismereteket. A kurzus során a hallgatók megismerkednek a Jamovi statisztikai programmal, valamint készséget szereznek a kutatási kérdéshez releváns statisztika eljárások kiválasztásában, a tárgyalt statisztikai eljárások futtatásában és eredményeik értelmezésében. A kurzus során a következő témakörökkel foglalkozunk: Kutatómódszertan alapfogalmai: a mérés problémája, és mérések minőségi jellemzői, populáció, minta és mintavételi eljárások, mérési szintek, fő kutatási stratégiák (kvantitatív és kvalitatív) jellegzetességei, kérdőívek és skálák, mint kutatási módszerek. Illeszkedésvizsgálatok különböző mérési szinteken (binomiális próba, khi-négyzet próba, Shapiro-Wilk próba, stb.). Minták összehasonlítása (khi-négyzet próba, t-próbák, rangokon alapuló eljárások, stb.). Változók közötti összefüggések vizsgálata (khi-négyzet próba, Pearson-féle korreláció, Spearman-féle rangkorreláció, stb.). Modell-központú megközelítés és többváltozós statisztikai eljárások (lineáris regresszióanalízis, faktoranalízis).

Javasolt szakirodalom:

Vargha A. Matematikai statisztika pszichológiai, nyelvészeti és biológiai alkalmazásokkal. Pólya Kiadó, 2000.

Navarro, D. J., Foxcroft, D. R. Learning statistics with Jamovi: a tutorial for psychology students and other beginners. 2022. (<https://davidfoxcroft.github.io/lsj-book/>)

Howell, D. C. Statistical methods for psychology. Wadsworth Cengage Learning, 2013.

Goodwin, K. A., Goodwin, C. J. Research in psychology: methods and design. John Wiley & Sons. 2017.

T_PM5171 Tervezésalapú módszer a pedagógiai kutatásokban

Ez a képzés három fő célt szolgál. Átfogó áttekintést nyújt a tervezésalapú kutatás (Design Research, DR) történeti fejlődéséről, valamint annak különböző módszertanairól és alapvető jellemzőiről. A résztvevők segítése a DR kidolgozásában, végrehajtásában és értékelésében a matematika didaktikai kutatásokban. A résztvevők azon képességének javítása, hogy empirikus tényeket elemezzenek és meggyőző érveket alkossanak következtetéseikhez. A kurzus elvégzése után a hallgató képes megérteni a DR alapelveit, jelentőségét, és képes kutatási tervet elkészíteni a DR paradigma alapján.

Ajánlott szakirodalom:

Fowler, S., Cutting, C., Fiedler, S.H., & Leonard, S.N. Design-based research in mathematics education: trends, challenges and potential. *Mathematics Education Research Journal*, 35, 635-658. 2022.

Gravemeijer, K., & Prediger, S. *Topic-Specific Design Research: An Introduction*. ICME-13 Monographs. 2019

Gravemeijer, K., & Cobb, P. *Design research from a learning design perspective*. 2006.

Eerde, H.V. *Design research: Looking into the heart of mathematics education*. 2013.

Prediger, S., Gravemeijer, K., & Confrey, J. Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM*, 47, 877-891. 2015.

T_PM5172 A matematikadidaktika alapjai

Tendenciák a matematika tanításában. Matematikatanítási irányzatok. Tanuláselméletek (Bruner, Piaget); az értelmi műveletek szakaszonkénti kialakításának elmélete. A matematikatanulással kapcsolatos reprezentációs elméletek. A matematikatanítás didaktikai alapelvei. A fogalmak tanítása. Bizonyítások tanításának alapkérdései. A gondolkodási műveletek. A matematikai kompetencia értelmezése. A problémamegoldási képességek fejlesztése. A problémamegoldási folyamat modelljei és stratégiái. Teljesítménymérés, tesztelés, értékelés a matematikaoktatásban. A digitális eszközök használata a matematika oktatásban. A matematika tanulását segítő szoftverek és ezek használatának didaktikája.